

## Rezensionen / recensions / recensioni

Richard, Philippe (2004). *Raisonnement et stratégies de preuve dans l'enseignement des mathématiques*. Berne: Peter Lang. 324 pages.

*Raisonnement et stratégies de preuve dans l'enseignement des mathématiques* fait suite au travail de thèse de l'auteur et expose la recherche conduite alors, ainsi que ses prolongements théoriques. La problématique traitée concerne l'enseignement – apprentissage de la géométrie dans le cadre de la scolarité secondaire obligatoire.

Disons-le d'entrée, cet ouvrage est à la fois complexe et passionnant, cette complexité étant inhérente à celle du sujet traité. L'apparente complexité peut venir de la multiplicité des références théoriques qui s'entrecroisent pour traiter des aspects épistémologiques relatifs à la géométrie en général et à la démonstration en particulier (chapitre 2), des aspects sémiotiques et pragmatiques (chapitre<sup>3</sup>), le tout avec un arrière plan de préoccupations didactiques clairement affichées et elles-mêmes référées à différents cadres théoriques. Sans aucune superficialité dans ces apports théoriques, l'auteur argumente ses choix de façon convaincante. Complexité également relativement à la méthodologie utilisée et qui conduit à l'élaboration d'outils d'analyse dont la pertinence – sinon la facilité d'emploi – est attestée. L'organisation du texte ainsi que l'écriture introduisent progressivement le lecteur dans la problématique et le guident au travers des différentes étapes de cette recherche. Les deux derniers chapitres mettent en évidence des résultats très prometteurs tant du point de vue théorique que de la réflexion sur l'enseignement – apprentissage de la géométrie.

Partant de la constatation que la plupart des recherches faites à propos de l'enseignement – apprentissage de la géométrie se centrent sur les preuves attestées, sur les mécanismes de validation-conviction culturellement reconnus, *Richard* s'interroge sur les stratégies de preuve et les raisonnements spontanément mis en oeuvre lorsqu'il s'agit de géométrie dans l'enseignement secondaire. Comment l'élève s'y prend-il pour formuler une conjecture? Quels sont les types d'explication et quelles sont les procédures mises en oeuvre lorsqu'il s'agit de *preuve*? Le dispositif mis en place par l'auteur est là pour provoquer des situations de validation écrite, l'analyse des productions écrites recueillies permettant d'établir un *diagnostic* sur le type de preuve que l'élève élabore. Ce diagnostic prend en compte sept pôles différents. La recherche présentée est clairement identifiée comme centrée sur les stratégies *privées* de preuve et ce, dans un esprit diagnostique, l'auteur lui attribuant même le caractère de recherche ethnographique.

Il n'y a pas, dans ce travail, de prise en compte des interactions sociales; l'expérimentation faite dans le contexte scolaire concerne des élèves (catalans) de 14-16 ans de l'enseignement secondaire obligatoire qui vont traiter individuelle-

ment le questionnaire proposé. Ces élèves n'ont pas encore reçu d'enseignement explicite du raisonnement déductif et, dans un contexte de situations-problèmes aux caractéristiques structurales variées, ils ont à produire des preuves qui constitueront la base du corpus analysé.

Quatre situations sont successivement proposées. Elles le sont dans un environnement papier crayon et pour la dernière avec un support informatique. Dans tous les cas, et c'est un point intéressant, l'élève doit annoncer sa *conjecture* (choix dans une liste ou formulation) avant de produire sa preuve. Pour certaines des situations, il doit annoncer également le niveau de conviction personnelle qui est le sien relativement à la preuve qu'il vient de rédiger. L'élève ne discerne pas nécessairement la différence entre l'établissement d'une conjecture et la production d'une preuve alors que cette distinction est bien sûr, familière à l'expert. Ayant introduit méthodologiquement l'obligation de distinguer ces deux moments, l'auteur peut mettre en évidence que non seulement «la procédure de preuve commence par la conjecture mais que c'est elle qui constitue le véritable moteur de la continuité thématique». En effet, l'auteur fait apparaître que, pour de nombreux élèves, établir une preuve consiste à essayer de reproduire le raisonnement ayant permis antérieurement de déterminer la conjecture.

Deux catégories d'analyse des productions recueillies sont faites par l'auteur. Après une analyse situationnelle, structurale et qualitative pour chacune des questions, l'étude porte sur l'ensemble des preuves proposées par un élève donné: cette dimension permet de se poser la question des comportements récurrents relativement à l'action de prouver. Quelles sont, pour un élève donné, les actions et les caractéristiques communes qui peuvent être relevées d'une question à l'autre? Sur la base de ces analyses, *Richard* propose d'établir des *patrons de conduite*, tout en relevant l'existence d'une grande diversité de ces patrons de conduite, diversité qui donne à voir que «les élèves ne font pas toujours la même chose»; il est d'ailleurs mis en évidence que ce qui prime est la logique interne des situations-problèmes proposées.

L'apport le plus intéressant de cet ouvrage concerne indéniablement le concept d'*inférence figurale*. Ce concept apparaît comme particulièrement pertinent aussi bien pour le chercheur que pour l'enseignant ou le formateur d'enseignants. Après avoir mis en évidence que les plans discursifs sont insuffisants à rendre compte des preuves effectives, *Richard* définit ce concept en opposition à l'inférence sémantique. En ce qui concerne l'inférence figurale, il s'agit d'un pas de raisonnement discursif qui procède d'un raisonnement graphique; ce *pas* de raisonnement ne peut se comprendre sans l'appui de la figure. De nombreux exemples sont donnés qui étayent la nécessité de ce concept quand il s'agit de traiter de la question des preuves fournies par l'élève. S'inspirant des travaux de *Duval*, l'auteur prolonge la notion d'expansion discursive en introduisant celle d'expansion graphique. Quelle est la nécessité pour l'élève de recourir à une inférence figurale? Celle-ci peut être vue comme «une passerelle entre le moment de

la conjecture et celui de la preuve tout en adoucissant la composition du texte». Rappelons que de nombreuses preuves s'articulent autour de l'idée d'une reproduction du raisonnement ayant permis de déterminer la conjecture. Le fait établi que l'inférence figurale permet de gérer une limite discursive de l'élève en train de rédiger sa preuve, est particulièrement significatif, selon moi, de la pertinence de ce concept. Des liens sont tissés entre cette problématique de l'utilisation de l'inférence figurale et celle – classique dans les questionnements relatifs à l'enseignement – apprentissage de la géométrie – du passage de la géométrie pratique à la géométrie théorique. Ces liens sont tout à fait prometteurs.

Le seul aspect de ce texte qui ne me convainc pas concerne l'intérêt de la notion de champ proceptuel. Dérivé des travaux de *Gray et Tall*, la notion de champ proceptuel, à l'origine développée dans le contexte de l'apprentissage du calcul, est ici reprise par l'auteur dans le contexte géométrique. Cet aspect du texte paraît peu probant en particulier en ce qui concerne la mise en regard des notions de champ conceptuel et champ proceptuel. Pour qui n'est pas expert de cet univers des champs proceptuels, le lien fait avec le développement des concepts n'est pas assez clarifié et les questions restent nombreuses. Par exemple, est-ce que le champ proceptuel se développe indépendamment de la structuration du champ conceptuel de la géométrie étudiée? La nécessité de l'utilisation du concept de champ proceptuel n'est pas évidente de mon point de vue.

Pour terminer sur une note positive qui correspond à l'image globale que j'ai de cet ouvrage, précisons que ce travail, outre les aspects soulignés, contient de nombreux autres apports. Quand il s'agit de comprendre le comportement d'un élève en situation de production de preuve, quand il s'agit de comprendre quelle est la stratégie mise en œuvre, la méthodologie développée semble particulièrement adéquate. L'auteur dans la dernière partie de son livre accompagne le lecteur pour que, potentiellement, il puisse transformer l'outil élaboré pour la recherche en instrument utile à l'enseignant. Notamment, la notion développée de *battement discursivo-graphique* qui dévoile l'existence d'un raisonnement qui se déploie dans un espace à la fois discursif et graphique ne peut être que parlante à tous ceux qui fréquentent assidûment les classes de géométrie du secondaire.

Il s'agit donc d'un livre aux multiples apports, riche et convaincant. Riche de par les apports théoriques, épistémologiques, historiques, méthodologiques qu'il contient, convaincant et pertinent du double point de vue de la recherche et de l'enseignement.

*Annick Fluckiger, Didactique des mathématiques, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Genève*